ФИЗИКА ПЛАЗМЫ, 2013, том 39, № 4, с. 333–344

ДИНАМИКА ПЛАЗМЫ

УДК 533.9

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ И ДИНАМИКИ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА С УЧЕТОМ СОБСТВЕННЫХ МАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА

© 2013 г. С. А. Куркин, А. А. Короновский, А. Е. Храмов

Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского, Саратов, Россия

Саратовский государственный технический университет им. Ю.А. Гагарина, Саратов, Россия

e-mail: kurkinsa@gmail.com

Поступила в редакцию 27.03.2012 г.

Окончательный вариант получен 27.06.2012 г.

Представлены результаты анализа условий и механизмов формирования виртуального катода в релятивистском и ультрарелятивистском электронных потоках с учетом собственных магнитных полей при различных величинах внешнего магнитного поля. Выявлено характерное поведение зависимостей критических токов релятивистских электронных потоков, при которых в пучке формируется колеблющийся виртуальный катод, от величины внешнего однородного магнитного поля и энергии электронов. Показано, что при малых внешних магнитных полях условия формирования виртуального катода определяются влиянием собственных магнитных полей релятивистского электронного потока. В частности, обнаружена неустойчивость электронного пучка в азимутальном направлении, обусловленная действием собственных магнитных полей пучка, которая приводит к уменьшению величины критического тока релятивистского электронного потока.

DOI: 10.7868/S0367292113040070

1. ВВЕДЕНИЕ

Формирование в интенсивном электронном потоке со сверхкритическим током виртуального катода (ВК) связано с образованием в пространстве дрейфа пучка потенциального барьера, отражающего часть электронного потока к плоскости инжекции и на боковую поверхность пространства дрейфа [1–3]. Возникновение потенциального барьера определяется пространственным зарядом инжектируемого в камеру дрейфа электронного потока. При малых токах пучка глубина провисания потенциала мала, и электронный пучок полностью проходит без отражений к выходной плоскости пространства (режим стационарной транспортировки потока). С ростом тока пучка (при фиксированной энергии ускорения электронов) плотность пространственного заряда пучка также растет и, как следствие, увеличивается глубина потенциальной ямы. При некотором токе пучка, называемом предельным вакуумным (или критическим) током [4, 5], глубина потенциального барьера становится достаточной для отражения электронов – формируется ВК [1]. Хорошо известно, что ВК в пучке принципиально ведет себя нестационарным образом, совершая колебания как во времени, так и в пространстве [2, 6–12]. Это позволяет использовать электронные потоки со сверхпредельными токами в режиме формирования ВК для генерации мощного СВЧ-излучения [13–19]. Критический ток, при котором в релятивистском электронном потоке (РЭП) формируется ВК, является стартовым током для виркаторов и оказывается сравнительно легко измеряемой и важной для понимания физических процессов характеристикой в системах с ВК.

Картина формирования и динамики ВК подробно исследована и описана в литературе [9, 10, 14, 20–23] в основном для случая одномерного движения электронов пучка (полностью замагниченного потока). Величина критического тока в этом случае для цилиндрического пространства взаимодействия была аналитически определена Л.С. Богданкевич и А.А. Рухадзе [4, 24, 25] как

$$I_{\mathrm{SCL}} = \frac{c^3}{\eta}\frac{\left(\gamma_0^{2/3}-1\right)^{3/2}}{d/R_b + 2\ln(R/R_b)}, \quad \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{\left(1-v_0^2/c^2\right)}}, \quad (1)$$

где R – радиус пространства взаимодействия, R_b и d – радиус и толщина трубчатого электронного пучка, γ_0 и v_0 – релятивистский фактор и скорость электронов РЭП в плоскости инжекции, c – скорость света, η – удельный заряд электрона. Было показано, что величина критического тока, определенная по формуле (1) для замагниченного

пучка, хорошо согласуется с экспериментом [26, 27].

В последнее время все больший интерес вызывает анализ динамики электронного потока с виртуальным катодом в рамках двух- и трехмерной геометриях анализа [18, 28–34]. Это связано с тем, что одномерная теория виркатора не учитывает ряд важных аспектов поведения электронного потока с виртуальным катодом, и в ряде случаев плохо согласуется с экспериментом. С прикладной точки зрения такие исследования важны для анализа характеристик генерации импульсов электромагнитного излучения в виркаторах без внешних магнитных полей [2, 13, 35] или с неоднородными магнитными полями в области формирования ВК [36–38].

Одним из важных направлений в рамках данных исследований является анализ влияния внешних магнитных полей на критические токи, необходимые для формирования ВК в электронном потоке [1, 39]. Подобные исследования для нерелятивистских и слаборелятивистских потоков в рамках двухмерного квазистатического моделирования [32, 40] были проведены в работах [31, 40–43], при этом было обнаружено, что внешнее магнитное поле конечной величины и развивающиеся в таком магнитном поле двумерные эффекты динамики электронного пучка оказывают значительное влияние на механизмы и условия формирования ВК (в том числе, и на величину критического тока). Это обусловлено, во-первых, тем, что величина плотности пространственного заряда в области ВК сильно зависит от величины фокусирующего поток внешнего магнитного поля; во-вторых, внешнее магнитное поле существенно влияет на характер динамики заряженных частиц в самосогласованном поле пространственного заряда. В частности, было показано [41–43], что с уменьшением величины внешнего магнитного поля наблюдается рост величины критического тока, обусловленный уменьшением плотности пространственного заряда пучка за счет эффектов кулоновского расталкивания электронов, приводящих к уширению электронного потока в поперечном направлении.

В настоящий момент остается неисследованным вопрос об условиях формирования ВК в релятивистских электронных пучках, находящихся во внешних магнитных полях конечной величины. С ростом тока и энергии РЭП необходимо учитывать ряд эффектов, которые несущественны для слаборелятивистских потоков. В частности, для РЭП нельзя пренебречь собственными магнитными полями пучка, которые начинают оказывать существенное влияние на условия формирования ВК. Учет собственных магнитных полей приводит к необходимости использования принципиально трехмерных самосогласованных электромагнитных моделей динамики РЭП со сверхкритическим током, что делает подобные исследования весьма сложными и требующими больших вычислительных мощностей. Вместе с тем подобный учет принципиально необходим при анализе современных приборов с ВК – релятивистских виркаторов [39] и систем ускорения ионов [44, 45], поэтому актуальность систематических исследований условий и механизмов формирования ВК в РЭП с учетом трехмерных особенностей динамики электронного потока с ВК является несомненной.

В представленной работе приведены результаты численного трехмерного электромагнитного моделирования поведения ВК в трубчатом РЭП при различных величинах внешнего однородного магнитного поля. Выявлено характерное поведение зависимостей критических токов формирования ВК в РЭП от величины внешнего однородного магнитного поля и энергии пучка, а также приведены некоторые аналитические оценки динамики виркаторной системы.

2. ИССЛЕДУЕМАЯ МОДЕЛЬ

Исследуемая модель представляет собой отрезок цилиндрического волновода длиной L и радиусом R, закрытый с обеих сторон сетками. Аксиально-симметричный моноскоростной трубчатый релятивистский электронный пучок с радиусом R_b и толщиной d с энергией W_e и током I на входе инжектируется в пространство взаимодействия через левую (входную) сетку и выводится через правую (выходную), а также может оседать на боковой стенке пространства взаимодействия. Конкретные геометрические параметры, используемые в данной работе, равны: $L = 40$ мм, $R = 10$ мм, $R_b = 5$ мм, $d = 2$ мм.

Вдоль оси пространства взаимодействия прикладывается внешнее однородное фокусирующее магнитное поле с индукцией $B_z = B_0$. В данной работе рассматривается модель с неэкранированным от внешнего магнитного поля источником электронного потока, когда магнитное поле на входе в пространство дрейфа совпадает с магнитным полем в области источника пучка, за счет чего электронный поток не приобретает дополнительных азимутальных компонент скорости, определяемых теоремой Буша [46]. Подобное распределение магнитного поля является типичным для многих устройств электроники больших мощностей, в частности, в магнитно-изолированных диодах, формирующих сильноточные РЭП, внешнее магнитное поле на катоде совпада-

ет с фокусирующим магнитным полем в пространстве дрейфа [46–48].

В работе используется нестационарная трехмерная полностью электромагнитная модель динамики электронного потока в пространстве взаимодействия, которая основана на решении самосогласованной системы уравнений Максвелла для определения электромагнитного поля в системе и уравнений движения крупных заряженных частиц, описывающих электронный пучок [49–51]. Отметим, что в настоящее время подобные модели становятся стандартными для анализа физических процессов в различных электронных приборах вакуумной и плазменной электроники больших мощностей [52]. Уравнения математической модели записываются в следующем виде:

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{E} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \quad \mathrm{rot}\,\mathbf{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}, \qquad (2)$$

$$\mathrm{div}\,\mathbf{E} = 4\pi\rho, \quad \mathrm{div}\,\mathbf{H} = 0, \qquad (3)$$

$$\frac{d\mathbf{p}_i}{dt} = \mathbf{E}_i + [\mathbf{p}_i, \mathbf{B}_i]/\gamma_i, \quad \frac{d\mathbf{r}_i}{t} = \mathbf{p}_i/\gamma_i, \quad i = 1\ldots N, \qquad (4)$$

и задаются соответствующие начальные и граничные условия. Здесь $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ – напряженности электрического и магнитного полей, ρ и $\mathbf{j}$ – плотности заряда и тока, $\vec{r}$, $\vec{p}$, γ – радиус-вектор, импульс и релятивистский фактор крупных частиц, индекс i относится к i-й крупной частице, N – число частиц, используемых в численном моделировании.

Схема численного моделирования базируется на трехмерной модификации разработанной ранее в наших работах 2.5-мерной схемы [18] и основана на интегрировании уравнений (2)–(4) с граничными условиями, соответствующими идеально проводящим стенкам пространства взаимодействия. Решение уравнений Максвелла в цилиндрической системе координат осуществляется стандартным образом на сдвинутых друг относительно друга пространственно-временны́х сетках с постоянными шагами по времени Δt и по продольной, радиальной и угловой координатам Δz, Δr, $\Delta\theta$ соответственно, на каждой из которых определяется одна из полевых компонент (подробнее см. [49, 50, 52, 53]). Для моделирования вывода электромагнитной мощности используется подход, основанный на заполнении проводящей средой с проводимостью σ [50, 54] отрезка электродинамической системы (волновода), моделирующего вывод мощности, при $L > z > 1.2L$.

Для решения релятивистских уравнений движения крупных частиц (4) применяется алгоритм Бо́риса в цилиндрической системе координат [55]. При этом рассчитываются три компоненты скорости $\mathbf{v}$ заряженной частицы – продольная v_z, радиальная v_r и азимутальная v_θ составляющие. Плотность пространственного заряда $\rho(\mathbf{r},t)$ и плотность тока $\mathbf{j}(\mathbf{r},t)$ электронного потока восстанавливается с помощью стандартной процедуры линейного взвешивания частиц на сетке (CIC-метод; метод “облака в ячейке”) в цилиндрической системе координат в трех пространственных измерениях [50].

3. УСЛОВИЯ И МЕХАНИЗМЫ ФОРМИРОВАНИЯ ВИРТУАЛЬНОГО КАТОДА В ТРУБЧАТОМ РЕЛЯТИВИСТСКОМ ЭЛЕКТРОННОМ ПОТОКЕ

3.1. Условия формирования ВК и критический ток РЭП при различных величинах внешнего магнитного поля

Рассмотрим результаты исследования особенностей формирования ВК в трубчатом РЭП, полученные с помощью трехмерной полностью электромагнитной модели. В первую очередь, уделим внимание вопросу анализа условий формирования ВК в трубчатом РЭП при увеличении внешнего продольного магнитного поля B_0, которое менялось в нашем исследовании от 0 до 40 кГс. Величина критического тока определялась значением, выше которого в системе не наблюдалось полное прохождение потока, и появлялся отраженный ток, создаваемый отраженными от ВК электронами. Под последними понимались электроны, у которых продольная составляющая вектора скорости в некоторой плоскости пространства дрейфа, соответствующей области возникновения ВК, впервые меняла свой знак. При этом величина прошедшего и отраженного тока флуктуировали во времени с частотой, пропорциональной плазменной частоте пучка ω_p, т.е. в системе формировался нестационарный ВК, частота которого определяется плазменной частотой [1, 3, 14]. Последнее приводило к возбуждению СВЧ-колебаний электромагнитного поля на частоте колебаний ВК, по которым также диагностировалось образование нестационарного колеблющегося ВК в потоке. Это позволяло определять момент появления ВК и, следовательно, величину критического тока пучка с высокой точностью.

На рис. 1а представлены зависимости критического тока I_{cr} РЭП, при котором в системе формируется нестационарный ВК, от величины внешнего магнитного поля B_0 для различных значений энергии инжектируемого потока W_e. Данные зависимости отражают условия формирования ВК в трубчатом РЭП во внешнем однородном магнитном поле конечной величины. Для сравнения на врезке к рис. 1а представлены соответствующие критические значения тока пучка

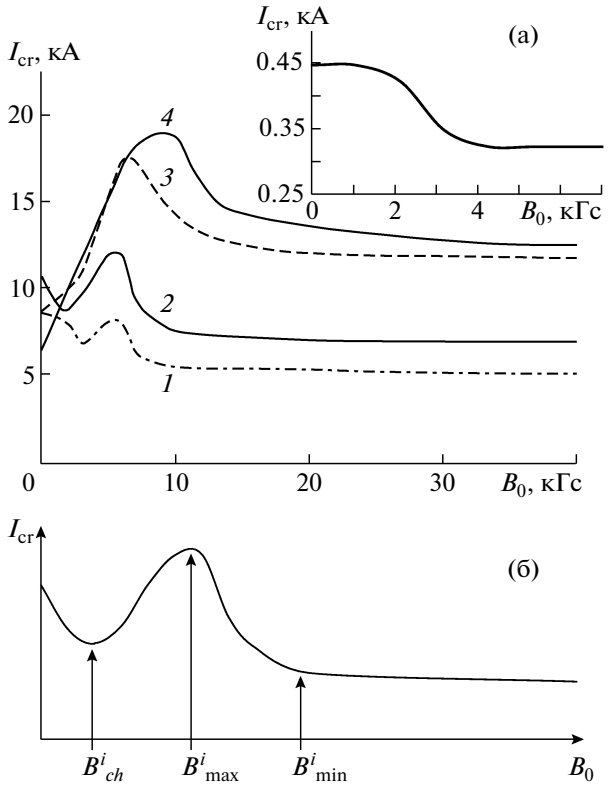

Рис. 1. Зависимости критического тока трубчатого РЭП от величины индукции внешнего однородного магнитного поля для значений начальной энергии электронов W_e: кривая *1* – 0.48 МэВ, *2* – 0.6 МэВ, *3* – 0.850 МэВ и *4* – 1.0 МэВ. На врезке показана кривая критического тока для слаборелятивистского потока с энергией $W_e = 0.079$ МэВ (из работы [43]) (а). Схематическое изображение типичной зависимости $I_{cr}(B_0)$ РЭП, на которой показаны характерные величины внешнего магнитного поля: B^i_{ch} – величина индукции внешнего магнитного поля, при которой критический ток пучка достигает первого минимального значения; B^i_{max} – величина индукции внешнего магнитного поля, при которой критический ток пучка достигает локального максимального значения; B^i_{min} – величина индукции внешнего магнитного поля, при которой зависимость $I_{cr}(B_0)$ выходит на стационарный уровень (б).

для слаборелятивистского трубчатого потока, взятые из работ [40, 43].

В случае РЭП, как видно из рис. 1а, при значениях индукции внешнего магнитного поля, лежащих в диапазоне от 0 до B^i_{max} (характерная форма зависимости критического тока РЭП от величины внешнего магнитного поля с нанесенными характерными величинами внешнего магнитного поля показана на рис. 1б), наблюдается область роста критического тока пучка с ростом внешнего магнитного поля. Рост величины критического тока для ультрарелятивистских электронных по-

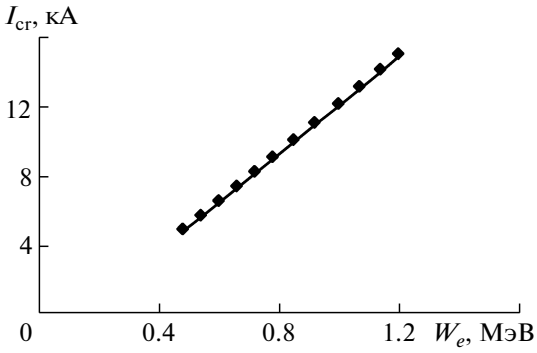

Рис. 2. Сравнение величин критического тока РЭП, рассчитанных по аналитической формуле (1) (сплошная линия) и численно при магнитном поле $B_0 = 40$ кГс, когда динамика пучка близка к одномерной (точки), для различных значений начальной энергии W_e электронов.

токов с энергиями $W_e > 0.6$ МэВ (кривые *3* и *4* на рис. 1а) начинается сразу при $B_0 \geq 0$. При меньших энергиях инжектируемых электронов рост критического тока имеет место при внешних магнитных полях $B_0 \geq B^i_{ch}$ (см. кривые *1* и *2* на рис. 1а). В случае инжекции в систему слаборелятивистского (или нерелятивистского) электронного потока подобное увеличение критического тока не наблюдается (см. врезку на рис. 1а), и зависимость $I_{cr}(B_0)$ демонстрирует для этого случая монотонный спад.

При больших величинах внешнего магнитного поля $B_0 > B^i_{max}$, при любых значениях энергии инжектируемого электронного потока (рис. 1а) с ростом индукции B_0 вновь наблюдается монотонное уменьшение критического тока пучка, которое при $B_0 \sim B^i_{min}$ сменяется его насыщением на постоянном, относительно невысоком, уровне.

Проведем сравнение величины критического тока трубчатого РЭП в большом магнитном поле ($B_0 = 40$ кГс), когда динамику электронов пучка можно считать практически одномерной, с предельным вакуумным током, определяемым известной формулой (1). На рис. 2 показаны рассчитанные при $B_0 = 40$ кГс величины критического тока трубчатого РЭП при различных значениях начальной энергии W_e (точки) и аналитическая зависимость I_{SCL} (1) для полностью замагниченного РЭП. Хорошо видно, что зависимости демонстрируют хорошее качественное и количественное соответствие, что говорит о корректности используемой аналитической и численной моделей для описания поведения РЭП в трехмерной геометрии.

Таким образом, анализ поведения величины тока, при котором в РЭП формируется нестацио-

нарный колеблющийся ВК, показал, что при некоторых величинах внешнего магнитного поля $B_0 = B^i_{\max}$, зависящих от энергии инжектируемых электронов, наблюдается появление локальных максимумов, как видно из рис. 1а. Данное поведение не наблюдается при малых энергиях электронов и имеет место с ростом тока пучка при переходе к релятивистским энергиям электронов.

3.2. Физические процессы, приводящие к формированию ВК в РЭП при малых внешних магнитных полях

Как показал анализ физических процессов, поведение зависимостей критического тока $I_{\text{cr}}(B_0)$, приведенных на рис. 1а, определяется влиянием собственных магнитных полей РЭП на динамику пучка и, соответственно, на условия формирования нестационарного ВК. Как следствие, данный эффект наиболее ярко проявляется при небольших величинах внешнего магнитного поля и высоких энергиях инжектируемого пучка $W_e > 0.6$ МэВ.

Рассмотрим данный вопрос подробнее. На рис. 3–5 приведены серии типичных конфигурационных портретов пучка – проекций мгновенных положений (z_i, r_i, θ_i) крупных частиц, моделирующих РЭП, на плоскости продольного (z, r) и поперечного (r, θ) сечения пространства взаимодействия при токах пучка, близких к критическому значению $I \geqslant I_{\text{cr}}(B_0)$, и при различных характерных величинах индукции B_0 внешнего магнитного поля. Рис. 3 соответствует значению магнитного поля $B_0 < B^1_{\max}$, лежащему левее локального максимума кривой *1* на рис. 1, рис. 4 – значению внешнего магнитного поля в области локального максимума ($B_0 \sim B^1_{\max}$) и рис. 5 – области насыщения зависимости $I_{\text{cr}}(B)$ на постоянном уровне ($B_0 \gg B^1_{\min}$). Все рисунки с положениями частиц построены при энергии электронов $W_e = 0.48$ МэВ.

Было обнаружено, что при малых величинах внешнего магнитного поля $0 \leq B_0 \leq B^i_{\max}$ (см. рис. 1б) динамика электронов РЭП в области минимума потенциала (ВК) принципиально меняется по сравнению со случаем слаборелятивистского и нерелятивистского пучка. Так, в этом случае в широком диапазоне токов РЭП обнаружен эффект развития неустойчивости в электронном потоке, которая приводит к сильной неоднородности электронного потока вдоль радиального направления и, как следствие, к потере пучком азимутальной симметрии.

Данная неустойчивость первоначально аксиально-симметричного пучка обусловлена наличием сильных собственных магнитных полей у РЭП. Действительно, вектор собственного азимутального магнитного поля B^s_θ потока, создаваемого продольным током пучка (такой ток определяется заряженными частицами, имеющими продольную составляющую скорости v_z), расположен в плоскости поперечного сечения пространства взаимодействия [56]. Одновременно, за счет наличия значительного по величине поперечного тока, возбуждаемого электронами, имеющими радиальные составляющие скорости v_r из-за радиальной расходимости пучка, не фокусируемого внешним магнитным полем, появляются продольные составляющие B^s_z собственного магнитного поля. Последнее приводит к появлению азимутальной силы Лоренца, действующей на электроны потока, движущиеся в поперечном направлении. Как следствие, они приобретают азимутальные компоненты скорости, т.е. РЭП начинает вращаться вокруг оси симметрии системы как единое целое благодаря собственным магнитным полям РЭП. В этом случае, за счет действия центробежной силы на вращающиеся электроны, в пучке образуется вихревая структура, которая приводит к сильной асимметрии потока в азимутальном направлении и разрушению границы пучка. Токооседание на поперечную стенку пространства взаимодействия вблизи плоскости инжекции сильно возрастает благодаря неустойчивости потока.

Формирующаяся вихревая структура вращается в пространстве дрейфа, что хорошо прослеживается при сравнении сечений конфигурационных портретов пучка, изображенных на рис. 3б, г и е для различных моментов времени t_i. Сечение выбрано в точке пространства взаимодействия $z_s = 6$ мм. Следует отметить, что физический механизм развития неустойчивости имеет общие черты с хорошо известной конвективной неустойчивостью пучка в продольном внешнем магнитном поле конечной величины [5, 57, 58], которая возникает из-за неоднородного распределения плотности или скорости электронов пучка в радиальном направлении. Однако в рассматриваемом случае неустойчивость возникает за счет взаимодействия РЭП не с внешним, а с собственным магнитным полем.

Обнаруженная неустойчивость РЭП приводит к уменьшению критического тока пучка, необходимого для формирования ВК, благодаря уменьшению продольной энергии электронов и увеличению их разброса по скоростям в пространстве взаимодействия. Как следствие, из-за большого количества электронов с малыми скоростями, ВК формируется в области возникновения вихре-

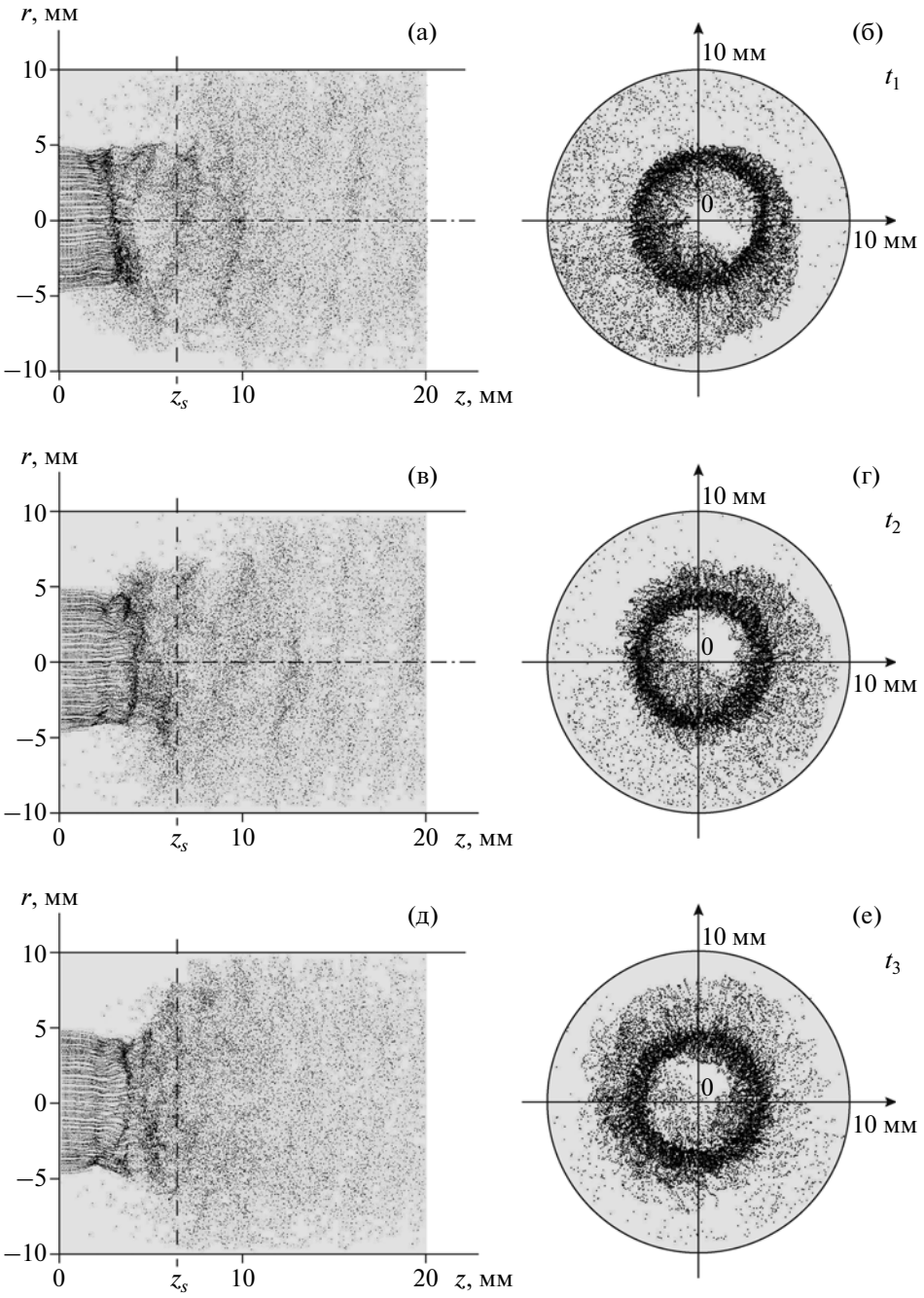

Рис. 3. Серии проекций мгновенных положений крупных частиц электронного потока на плоскость (z, r) (слева) и на плоскость (r, θ) при $z = 6$ мм (справа) в последовательные моменты времени с шагом $\Delta t = 0.1$ нс между первым и вторым кадром и $\Delta t = 0.2$ нс между вторым и третьим при $B = 3$ кГс, $I = 7.5$ кА; $W_e = 0.48$ МэВ. На проекциях конфигурационных портретов показаны только заряженные частицы, находящиеся за плоскостью проекции. Вертикальной пунктирной линией на рисунках а, в, д обозначена плоскость, проекции пучка на которую изображены на рисунках б, г и е.

вой структуры, где плотность пространственного заряда РЭП максимальна. Рисунки 3а, в и д демонстрируют на плоскости (z, r) $(\theta = 0)$ характерную картину формирования и динамики ВК в РЭП в рассматриваемом случае. Хорошо видно, что ВК (благодаря максимальной плотности заряда наиболее темная область на конфигурационных портретах) образуется вблизи плоскости инжекции. Он имеет несимметричную форму в пространстве, а его среднее положение совершает с течением времени продольные осцилляции малой амплитуды (для сравнения см. рис. 3а, в и д).

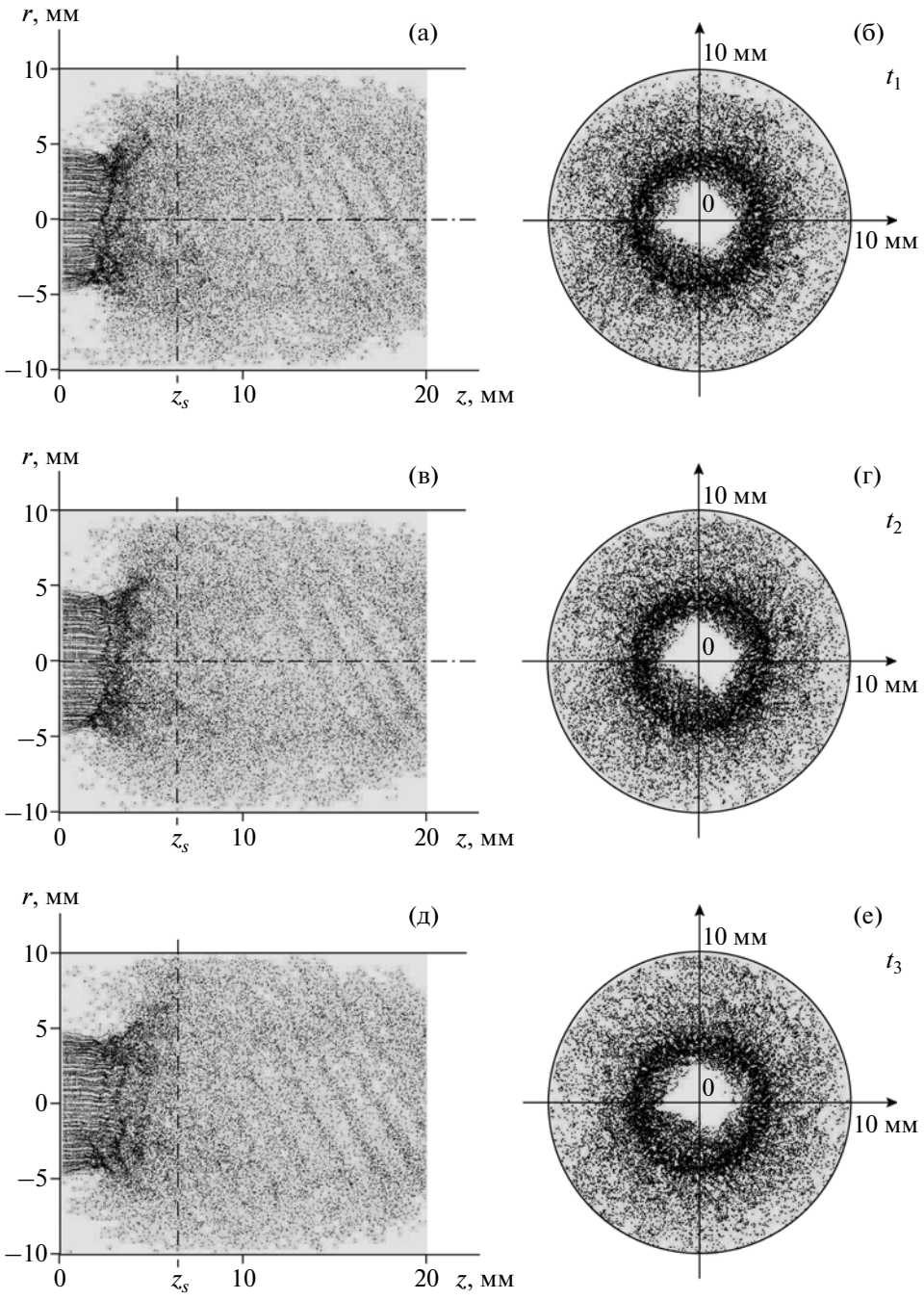

Рис. 4. Серии проекций мгновенных положений крупных частиц электронного потока на плоскость (z, r) (слева) и на плоскость (r, θ) при $z = 6$ мм (справа) в последовательные моменты времени с шагом $\Delta t = 0.2$ нс при $B = 5$ кГс, $I = 9$ кА; $W_e = 0.48$ МэВ. На проекциях конфигурационных портретов показаны только заряженные частицы, находящиеся за плоскостью проекции. Вертикальной пунктирной линией на рисунках а, в, д обозначена плоскость, проекции пучка на которую изображены на рисунках б, г и е.

С ростом внешнего магнитного поля азимутальная неустойчивость подавляется фокусирующими силами внешнего магнитного поля, которые направлены противоположно центробежной силе, действующей на вращающиеся электроны. При энергиях пучка порядка $W_e \approx 0.4$–0.7 МэВ рост критического тока имеет место в диапазоне внешних магнитных полей $B^i_{\text{ch}} - B^i_{\max}$ (см. кривые *1* и *2* на рис. 1а), при больших энергия РЭП – от 0 до $B^i_{\max}$ (рис. 1а, кривые *3* и *4*). Данный эффект иллюстрирует рис. 4, построенный для величины

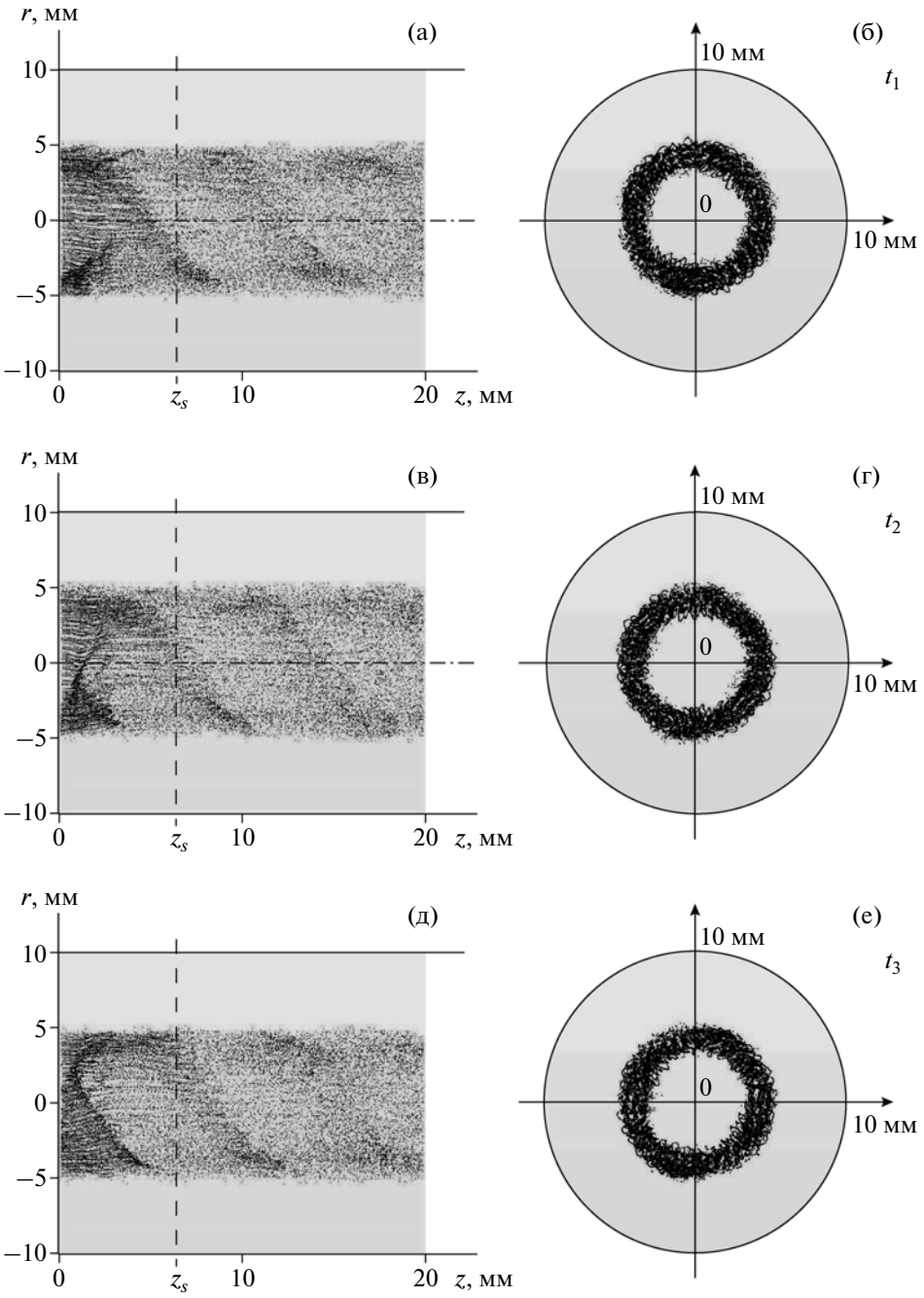

Рис. 5. Серии проекций мгновенных положений крупных частиц электронного потока на плоскость (z, r) (слева) и на плоскость (r, θ) при $z = 6$ мм (справа) в последовательные моменты времени с шагом $\Delta t = 0.2$ нс при $B = 30$ кГс, $I = 10$ кА; $W_e = 0.48$ МэВ. На проекциях конфигурационных портретов показаны только заряженные частицы, находящиеся за плоскостью проекции. Вертикальной пунктирной линией на рисунках а, в, д обозначена плоскость, проекции пучка на которую изображены на рисунках б, г и е.

внешнего магнитного поля $B_0 \sim B^1_{\max}$, соответствующей области локального максимума на зависимости критического тока $I_{cr}(B_0)$ (см. рис. 1а). Действительно, как видно из рис. 4б, г и е, вихревая электронная структура, вращающаяся в азимутальном направлении, разрушается, и электронный поток заполняет пространство взаимодействия в радиальном направлении без существенных азимутальных неоднородностей. Плотность пространственного заряда падает, и критический ток, необходимый для формирования ВК, растет в этом режиме работы. Как и при меньших магнитных полях, РЭП как целое вра-

щается в азимутальном направлении, а ВК (плотный сгусток частиц на рис. 4а, в и д) совершает пространственно-временные колебания. Следует заметить, что поперечная динамика частиц электронного потока к боковой стенке пространства дрейфа присутствует в системе, но уже оказывается в некоторой степени ограниченной возросшими силами внешнего фокусирующего пучок магнитного поля.

При дальнейшем увеличении внешнего магнитного поля ($B_0 \geq B^i_{\max}$) наблюдается монотонное уменьшение критического тока РЭП, сменяющееся при $B_0 \sim B^i_{\min}$ его насыщением на постоянном уровне. Такое поведение зависимости при $B_0 \geq B^i_{\max}$ обусловлено механизмом ограничения поперечной динамики частиц в электронном потоке фокусирующими силами внешнего магнитного поля, в результате чего критический ток уменьшается за счет увеличения плотности пространственного заряда РЭП. Величина $B^i_{\min}$ соответствует величине внешнего магнитного поля, при которой поперечная динамика РЭП оказывается полностью подавленной. Данный механизм аналогичен описанному ранее для слаборелятивистского пучка [40, 43] (см. также врезку на рис. 1а). Из рис. 5 видно, что при большой величине внешнего магнитного поля ($B_0 \geq B^i_{\min}$) поперечная динамика заряженных частиц отсутствует, и уширения потока в радиальном направлении не происходит.

Величину магнитного поля $B^i_{\min}$ можно найти, учитывая, что внешнее магнитное поле в этом режиме уже достаточно велико, и можно пренебречь собственными магнитными полями РЭП. Пусть при инжекции в пространство дрейфа пучок с током, равным критическому значению $I_{\rm cr}$, имеет радиус R_b, а в области ВК – характерный радиус $R_{\rm VC}$, причем вследствие действия сил пространственного заряда в потоке $R_{\rm VC} > R_b$. Известно [46], что угловой момент, который приобретают электроны при движении во внешнем однородном магнитном поле между точками с радиусами R_b и $R_{\rm VC}$, пропорционален разности потоков индукции через соответствующие поперечные сечения поверхности, образованной вращением траектории электрона вокруг оси:

$$R^2_{\rm VC}\frac{d\theta}{dt} = \frac{\pi\eta B_0}{2\pi\gamma_0}\left(R^2_{\rm VC} - R^2_b\right), \qquad (5)$$

где $d\theta/dt$ – азимутальная скорость движения электронов, η – удельный заряд электрона, γ_0 – релятивистский фактор инжектируемого пучка. Учитывая соотношение (5), а также то, что радиальное движение электронов потока определяется центробежной силой $F_c = \gamma_0 m_e r(d\theta/dt)^2$, силой кулоновского расталкивания $F_k = -eE_r$ и силой Лоренца $F_L = -er(d\theta/dt)B_0$ (здесь e и m_e – заряд и масса электрона соответственно, r – радиальная координата электрона, E_r – радиальная компонента напряженности собственного электрического поля потока), легко записать уравнение движения граничного электрона

$$\frac{d^2r}{dz^2} + \frac{\eta B_0^2}{8V_0\gamma_0}R_{\rm VC}\left[1 - \left(\frac{R_b}{R_{\rm VC}}\right)^4\right] - \frac{I\sqrt{\gamma_0}}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{2\eta}V_0^{3/2}R_{\rm VC}} = 0, \qquad (6)$$

где учтено, что $d^2r/dt^2 = (2\eta V_0/\gamma_0)d^2r/dz^2$, V_0 – ускоряющее напряжение.

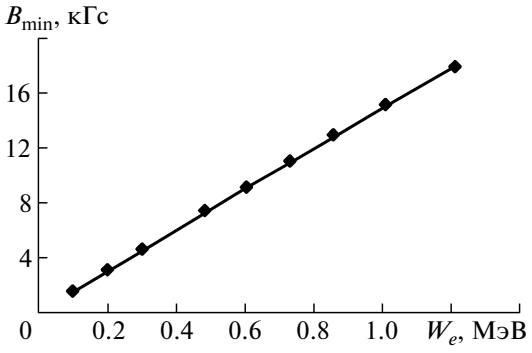

Рис. 6. Сравнение величины внешнего магнитного поля $B^i_{\min}$, определенных по формуле (7) (сплошная линия) и рассчитанных с использованием трехмерного численного моделирования (точки) для трубчатого РЭП от начальной энергии W_e электронов.

Из последнего уравнения следует, что для пучка существует внешнее магнитное поле $B^i_{\min}$, при котором радиус пучка сохраняется. Действительно, если в уравнении (6) положить $d^2r/dz^2 = 0$, что означает отсутствие ускорения в направлении r, то получаем квадратное уравнение относительно B_0, решение которого дает нам величину внешнего магнитного поля $B^i_{\min}$, при которой на зависимости $I_{\rm cr}(B_0)$ наблюдается насыщение (см. рис. 1),

$$B^i_{\min} = R_{\rm VC}\sqrt{\frac{\sqrt{2}I\gamma_0^{3/2}}{\pi\varepsilon_0\eta^{3/2}\sqrt{V_0}(R^4_{\rm VC} - R^4_b)}}. \qquad (7)$$

На рис. 6 приведена аналитическая зависимость (7) и рассчитанные величины внешнего магнитного поля для трубчатого РЭП $B^i_{\min}$ от энергии пучка W_e. Видно, что соотношение (7) хорошо описывает результаты численного моделирования. Величина $B^i_{\min}$ растет с ростом энер-

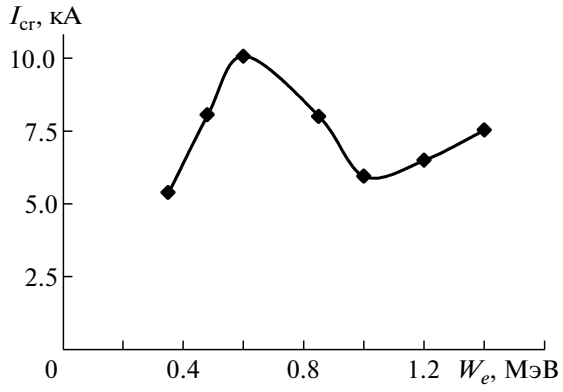

Рис. 7. Зависимость критического тока трубчатого РЭП от величины энергии инжектируемого электронного потока W_e при отсутствии внешнего однородного магнитного поля.

гии пучка. Это связано с тем, что с ростом начальной энергии РЭП W_e увеличиваются инерционные свойства электронов, одновременно, начинает все сильнее проявляться эффект релятивистского роста массы электронов. Поэтому фокусировка их внешним магнитным полем, т.е. ограничение поперечной динамики РЭП, начинает требовать больших величин внешнего магнитного поля – B_{min} монотонно возрастает. Также, как следует из рис. 6, характер поведения зависимости $B_{min}(W_e)$ качественно аналогичен как для слаборелятивистских, так и для релятивистских значений энергии W_e РЭП.

3.3. Физические процессы при изменении энергии РЭП

При сравнении кривых *1*, *2* и кривых *3*, *4* на рис. 1а становится очевидным, что существует некоторое характерное значение энергии W_e^c РЭП, при превышении которого поведение зависимости $I_{cr}(B_0)$ на интервале $(0, B^i_{max})$ качественно изменяется, а именно исчезает область уменьшения величины критического тока с ростом магнитного поля B_0. Рассмотрим физические процессы, приводящие к такому изменению поведения системы.

При увеличении внешнего магнитного поля на интервале $(0, B^i_{max})$ наблюдается, во-первых, эффект подавления азимутальной неустойчивости, что способствует увеличению критического тока пучка, и, во-вторых, ограничивается поперечная динамика заряженных частиц, что, напротив, приводит к его уменьшению. Инкремент развития азимутальной неустойчивости возрастает с увеличением энергии РЭП W_e, так как вызывающая его сила Лоренца растет пропорционально квадрату скорости инжектируемого пучка: $F_L \sim v_0 B^s \sim v_0 I_0 \sim v_0^2 \sim W_e$, где F_L – сила Лоренца, B^s – собственное магнитное поле РЭП, а, следовательно, увеличение энергии РЭП способствует более быстрому развитию азимутальной неустойчивости и формированию вихревой структуры. Из вышесказанного следует, что при относительно небольших энергиях РЭП $W_e < W_e^c$, когда влияние азимутальной неустойчивости не столь значительно, с ростом внешнего магнитного поля сначала наблюдается уменьшение критического тока пучка, обусловленное механизмом ограничения поперечной динамики заряженных частиц в системе, а только затем – увеличение, вызываемое сильным подавлением азимутальной неустойчивости (см. кривые *1* и *2* на рис. 1а). С увеличением энергии РЭП влияние эффекта азимутальной неустойчивости при небольших внешних магнитных полях также возрастает, и он начинает играть определяющее значение в механизмах развития ВК в системе, поэтому его подавление приводит к сильному росту критического тока пучка. Как следствие, высота максимума на зависимостях $I_{cr}(B_0)$ на рис. 1а возрастает с увеличением начальной энергии РЭП W_e. Это хорошо видно при сравнении кривых *1–4* на рис. 1а, соответствующих увеличивающимся значениям W_e, в области относительно малых магнитных полей.

При бóльших энергиях РЭП $W_e > W_e^c$ (кривые *3* и *4* на рис. 1а) увеличение внешнего магнитного поля в интервале $(0, B^i_{max})$ сразу приводит к росту критического тока пучка, так как в данном случае развитие азимутальной неустойчивости является основным фактором, способствующим формированию ВК в системе. Даже небольшое ограничение данного эффекта внешним магнитным полем вызывает возрастание критического тока. В результате наблюдается монотонное увеличение критического тока пучка с ростом величины внешнего магнитного поля в интервале $(0, B^i_{max})$.

Таким образом, начальная энергия электронов W_e^c РЭП является характерным значением, при превышении которого изменяется соотношение между физическими эффектами, происходящими в режиме формирования ВК в РЭП при малых внешних магнитных полях. Для иллюстрации этого рассмотрим поведение критического тока пучка от энергии электронов для случая без магнитного поля $B_0 = 0$, показанное на рис. 7. Видно, что данная кривая имеет три характерных участка. Первый участок кривой на рис. 7 соответствует энергии РЭП в диапазоне от 0 до 0.6 МэВ и де-

монстрирует монотонный рост критического тока РЭП за счет необходимости увеличения глубины потенциальной ямы для торможения электронов и формирования ВК, что достигается путем увеличения плотности пространственного заряда пучка при фиксированной начальной энергии электронов. На втором участке зависимости $I_{\text{cr}}(W_e)$ в диапазоне $W_e \in 0.6$–1.0 МэВ критический ток РЭП монотонно уменьшается с увеличением W_e. Данный эффект связан с возрастанием степени влияния азимутальной неустойчивости РЭП с увеличением W_e. Развитие данной неустойчивости пропорционально энергии электронов. Обусловленное неустойчивостью уменьшение критического тока РЭП при больших значениях W_e и малых внешних магнитных полях превалирует над эффектом возрастания I_{cr} с ростом W_e, что и приводит к уменьшению критического тока РЭП с увеличением энергии W_e. На третьем участке зависимости критического тока РЭП при $B_0 = 0$ от его энергии W_e ($W_e > 1$ МэВ) вновь наблюдается монотонное увеличение I_{cr} с ростом W_e. Подобное поведение зависимости при больших энергиях РЭП обусловлено сильным влиянием релятивистских эффектов (см. раздел 3.2). Действительно, в этом случае значительное влияние на условия формирования ВК в пучке начинает оказывать релятивистское возрастание массы заряженных частиц. Для образования нестационарного ВК начинают требоваться все бóльшие плотности пространственного заряда потока, а следовательно, критический ток ультрарелятивистского электронного пучка увеличивается с ростом начальной энергии W_e электронов.

Таким образом, зависимость критического тока РЭП от его энергии при малых величинах внешнего магнитного поля демонстрирует сложное поведение. Оно обусловлено самосогласованным влиянием различных факторов, таких как рост критического тока пучка с увеличением его начальной энергии, азимутальная неустойчивость РЭП, релятивистская зависимость массы электронов.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Обобщая полученные результаты, становится очевидным, что условия и механизмы формирования виртуального катода в релятивистском и ультрарелятивистском электронных потоках имеют характерные особенности по сравнению со слаборелятивистским случаем. В ходе проведения исследований с использованием трехмерного электромагнитного моделирования были построены и проанализированы зависимости критического тока РЭП, при котором в системе формируется нестационарный колеблющийся ВК, от различных параметров системы (величина внешнего магнитного поля и энергия электронов пучка). Показано, что при отсутствии внешних фокусирующих пучков магнитных полей условия формирования виртуального катода определяются влиянием собственных магнитных полей РЭП. Обнаружена неустойчивость электронного пучка в азимутальном направлении, обусловленная действием собственных магнитных полей потока, которая приводит к уменьшению величины критического тока РЭП. Это приводит к снижению критического тока при малых величинах внешнего магнитного поля и высоких энергиях инжектируемого пучка. Увеличение внешнего продольного магнитного поля вызывает подавление данного типа азимутальной неустойчивости РЭП в собственных магнитных полях и рост величины критического тока. При больших внешних магнитных полях величина критического тока, как и в случае нерелятивистского потока [43], снижается и перестает меняться. Магнитное поле, при котором критический ток перестает меняться, определяется аналитическим соотношением (7). В этом случае ток, при котором в системе формируется ВК хорошо согласуется с формулой (1), полученной для одномерного движения электронного потока.

Авторы выражают благодарность профессору И.И. Магда за плодотворное обсуждение полученных результатов. Работа поддержана Министерством образования и науки Российской Федерации, соглашение 14.B37.21.0764, РФФИ (проекты № 12-02-00345-а, 12-02-31102), Президентской программой поддержки молодых российских ученых (проекты МД-345.2013.2 и МК-818.2013.2).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Granatstein V.L., Alexeeff I.* High Power Microwave Sources. Artech House Microwave Library, 1987.
2. *Дубинов А.Е., Селемир В.Д.* // Радиотехника и электроника. 2002. Т. 47. № 6. С. 575.
3. *Трубецков Д.И., Храмов А.Е.* Лекции по сверхвысокочастотной электронике для физиков. В 2-х т. М.: Физматлит, 2003.
4. *Богданкевич Л.С., Рухадзе А.А.* // УФН. 1971. Т. 103. С. 609.
5. *Кузелев М.В., Рухадзе А.А., Стрелков П.С.* Плазменная релятивистская СВЧ-электроника. М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.
6. *Birdsall C.K., Bridges W.B.* Electron Dynamics of Diode Regions. N.Y.: Academic Press, 1966.
7. *Mahaffey R.A., Sprangle P.A., Golden J., Kapetanakos C.A.* // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 39. № 13. P. 843.

8. *Диденко А.Н., Красик Я.Е., Перелыгин С.Ф., Фоменко Г.П.* // Письма в ЖТФ. 1979. Т. 5. № 6. С. 321.
9. *Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е.* // Изв. вузов. Радиофизика. 1998. Т. XLI. № 9. С. 1137.
10. *Jiang W., Masugata K., Yatsui K.* // Phys. Plasmas. 1995. V. 2. № 3. P. 982.
11. *Короновский А.А., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2002. Т. 28. № 8. С. 722.
12. *Debabrata Biswas* // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. № 6. P. 063104.
13. *Sze H., Benford J., Young T. et al.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 1985. V. 15. № 6. P. 592.
14. *Диденко А.Н., Ращиков В.И.* // Физика плазмы. 1992. Т. 18. С. 1182.
15. *Селемир В.Д., Алёхин Б.В., Ватрунин В.Е. и др.* // Физика плазмы. 1994. Т. 20. № 7, 8. С. 689.
16. *Калинин Ю.А., Короновский А.А., Храмов А.Е. и др.* // Физика плазмы. 2005. Т. 31. № 11. С. 1009.
17. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Левин Ю.И. и др.* // Изв. РАН, Сер. физич. 2005. Т. 69. № 12. С. 1724.
18. *Егоров Е.Н., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2006. Т. 32. № 8. С. 742.
19. *Singh G., Chaturvedi Shashank* // Phys. Plasmas. 2011. V. 18. P. 063104.
20. *Храмов А.Е.* // Радиотехника и электроника. 1999. Т. 44. № 5. С. 551.
21. *Егоров Е.Н., Калинин Ю.А., Короновский А.А. и др.* // Радиотехника и электроника. 2006. Т. 51. № 11. С. 51.
22. *Дубинов А.Е., Ефимова И.А.* // ЖТФ. 2003. Т. 73. № 9. С. 126.
23. *Filatov R.A., Hramov A.E., Bliokh Y.P. et al.* // Phys. Plasmas. 2009. V. 16. № 3. P. 033106.
24. *Рухадзе А.А., Богданкевич Л.С., Росинский С.Е., Рухлин В.Г.* Физика сильноточных релятивистских пучков. М.: Атомиздат, 1980.
25. *Кузелев М.В., Рухадзе А.А.* Электродинамика плотных электронных пучков в плазме. М.: Наука, 1990.
26. *Федотов А.В., Шкварунец А.Г.* // Физика плазмы. 1988. Т. 14. № 6. С. 689.
27. *Кременцов В.И., Стрелков П.С., Шкварунец А.Г.* // Физика плазмы. 1976. Т. 2. № 6. С. 936.
28. *Lindsay P.A., Toh W.K., Chen X.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2002. V. 30. № 3. P. 1186.
29. *Chen X., Toh W.K., Lindsay P.A.* // IEEE Trans. Plasma Sci. 2004. V. 32. P. 835.
30. *Дубинов А.Е., Ефимова И.А., Корнилова И.Ю. и др.* // ФЭЧАЯ. 2004. Т. 35. № 2. С. 462.
31. *Егоров Е.Н., Куркин С.А., Храмов А.Е.* Влияние двумерных эффектов динамики заряженных частиц на колебания в электронных потоках с виртуальным катодом. Методы нелинейной динамики и теории хаоса в задачах электроники СВЧ. Т. 2 Нестационарные и хаотические процессы. М.: Физматлит, 2009. С. 126.
32. *Храмов А.Е., Куркин С.А., Егоров Е.Н. и др.* // Математ. моделирование. 2011. Т. 23. № 1. С. 3.
33. *Jianguo Wang, Zaigao Chen, Yue Wang et al.* // Phys. Plasmas. 2010. V. 17. № 7. P. 073107.
34. *Филатов Р.А., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2011. Т. 37. № 5. С. 429.
35. *Sze H., Benford J., Harteneck B.* // Phys. Fluids. 1986. V. 29. № 11. P. 5875.
36. *Дубинов А.Е., Селемир В.Д.* // Письма в ЖТФ. 2001. Т. 27. № 13. С. 64.
37. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Kurkin S.A.* // Phys. Lett. A. 2010. V.374. P. 3057.
38. *Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. № 8. С. 26.
39. *Benford J., Swegle J.A., Schamiloglu E.* High Power Microwaves. CRC Press, Taylor and Francis, 2007.
40. *Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // ЖТФ. 2009. Т. 79. № 10. С. 119.
41. *Морозов М.Ю., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2007. Т. 33. № 7. С. 610.
42. *Hramov A.E., Koronovskii A.A., Morozov M.Yu., Mushtakov A.V.* // Phys. Lett. A. 2008. V. 372. P. 876.
43. *Куркин С.А., Короновский А.А., Храмов А.Е.* // Физика плазмы. 2009. Т. 35. № 8. С. 684.
44. *Balakirev V.A., Gorban' A.M., Magda I.I. et al.* // Plasma Phys. Rep. 1997. V. 23. № 4. P. 323.
45. *Дубинов А.Е., Корнилова И.Ю., Селемир В.Д.* // УФН. 2002. Т. 172. № 11. С. 1225.
46. *Tsimring Sh.E.* Electron Beams and Microwave Vacuum Electronics. New Jersey: John Wiley and Sons, Inc., Hoboken, 2007.
47. *Месяц Г.А.* Импульсная энергетика и электроника. М.: Наука, 2004.
48. *Богданкевич И.Л., Стрелков П.С., Тараканов В.П., Ульянов Д.К.* // Физика плазмы. 2012. Т. 30. № 5. С. 412.
49. *Рошаль А.С.* Моделирование заряженных пучков. М.: Атомиздат, 1979.
50. *Birdsall C.K., Langdon A.B.* Plasma Physics, Via Computer Simulation. NY: McGraw-Hill, 1985.
51. *Свешников А.Г., Якунин С.А.* // Математ. моделирование. 1989. Т. 1. № 4. С. 1.
52. *Anderson T.M., Mondelli A.A., Levush B. et al.* // Proc. IEEE. 1999. V.87. № 5. P. 804.
53. *Григорьев А.Д.* // Изв. вузов. Прикладная нелинейная динамика. 1999. Т. 7. № 4. С. 48.
54. *Анфиногентов В.Г., Храмов А.Е.* // Радиотехника и электроника. 2001. Т. 46. № 5. С. 588.
55. *Boris J.P., Lee R.* // Commun. Math. Phys. 1969. V. 12. P. 131.
56. *Davidson R.C.* Theory of Nonneutral Plasmas. W.A. Benjamin Inc., Advanced Book Program, 1974.
57. *Levy R.H.* // Phys. Fluids. 1965. V. 8. № 7. P. 1288.
58. *Peratt A.L., Snell C.M.* // Phys. Rev. Lett. 1985. V. 54. P. 1167.